ЭЛЕМЕНТЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

Левашова Л.Н.

ЛОГИКА

НАУКА О

ФОРМАХ И СПОСОБАХ

МЫШЛЕНИЯ

Левашова Л.Н.

МЫШЛЕНИЕ осуществляется через:

- ✓ Понятия
- ✓ Высказывания
- ✓ Умозаключения

Левашова Л.Н.

ПОНЯТИЕ

Форма мышления, которая выделяет существенные признаки предмета или класса предметов, позволяющие отличать их друг от друга

(Пример: Прямоугольник - это геометрическая фигура у которой все углы прямые и противоположные стороны равны)

Левашова Л.Н.

ВЫСКАЗЫВАНИЕ

Формулировка своего понимания окружающего мира (повествовательное предложение в котором что-либо утверждается или отрицается)

(Пример: Париж – столица Франции)

Левашова Л.Н.

ВЫСКАЗЫВАНИЕ

ИСТИННОЕ

(Пример:
Буква «А» - гласная)

ЛОЖНОЕ

(Пример:
Компьютер
был изобретен до
нашей эры)

Левашова Л.Н.

УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ

Форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое суждение

(знание или вывод)

(Пример: любая теорема)

Левашова Л.Н.

АЛГЕБРА ЛОГИКИ

Наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые выполняются над высказываниями

~~Смысл высказывания~~

Истинность или ложность высказывания

Левашова Л.Н.

Понятия алгебры логики:

- <u>Логическая переменная</u> – это простое высказывание, содержащее только одну мысль
  - Обозначение: латинская буква (A, B, X …)
  - Значение: ИСТИНА (1) или ЛОЖЬ (0)
- <u>Логическая функция</u> – это составное высказывание, которое содержит несколько простых мыслей, соединенных между собой с помощью логических операций
  - Обозначение: F
- <u>Логические операции</u> – логическое действие

Левашова Л.Н.

Базовые логические операции

Название	Обозначение	Союз в естественном языке	Пример А – «Число 10 – четное» В – «Число 10 – отрицательное»
Конъюнкция (логическое умножение)	A /\ B или A & B	И	«Число 10 четное и отрицательное» - ЛОЖЬ
Дизъюнкция (логическое сложение)	A V B	ИЛИ	«Число 10 четное или отрицательно» - ИСТИНА
Инверсия (отрицание)	¬ A или Ā	НЕ	«Число 10 нечетное» – ЛОЖЬ «Число 10 – не отрицательное» - ИСТИНА
Импликация логическое следование)	A → B	ЕСЛИ … ТО …; КОГДА …. ТОГДА ….	«Если число 10 – четное, то оно отрицательное» - ЛОЖЬ
Эквивалентность (логическое равенство)	A ≡ B или A ↔ B	… ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА …	«Число 10 – четное тогда и только тогда, когда оно отрицательное» - ЛОЖЬ

Левашова Л.Н.

Таблица истинности

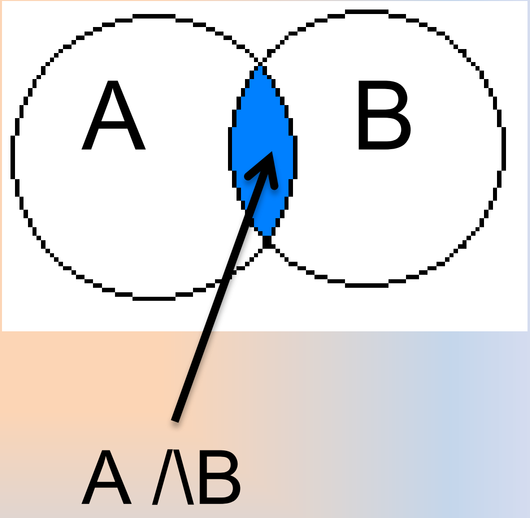
таблица определяющая значение сложного высказывания при всех возможных значениях простых высказываний

Левашова Л.Н.

Таблица истинности для конъюнкции (логическое умножение)

А	В	А/\В
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	Л

Графическое изображение конъюнкции



Возьмем в качестве высказывания **А** утверждение

А - {холодно},

а в качестве высказывания **В** – утверждение

В - {идет дождь}.

Тогда конъюнкция будет иметь вид

А ^ В -{холодно и идет дождь}

Если вместо значения ***И*** подставить **1**, а вместо ***Л*** – число **0** *(И – есть импульс –1 Л – нет импульса – 0)*, то представленная выше таблица будет представлять собой не что иное, как таблицу умножения для этих двух чисел.

A	B	A/\B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Вывод:

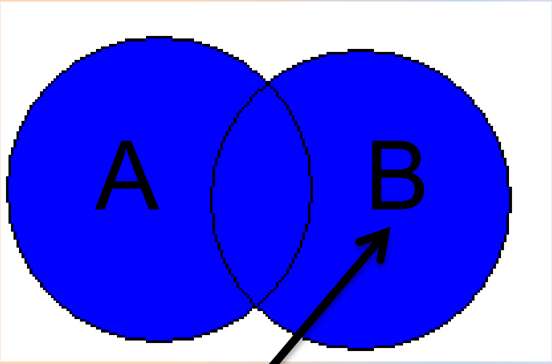
Результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны

Левашова Л.Н.

Таблица истинности для дизъюнкции (логическое сложение)

A	B	A v B
л	л	л
л	и	и
и	л	и
и	и	и

Графическое изображение дизъюнкции



AvB

Левашова Л.Н.

Возьмём в качестве высказывания ***А*** утверждение

А - {За первой партой сидит Таня},

а в качестве высказывания ***В*** утверждение

В - {За первой партой сидит Вера}

Тогда дизъюнкция этих высказываний будет иметь вид

$A \vee B$ - {За первой партой сидит или Таня или Вера}

Это высказывание будет истинно в случае, если за первой партой будет сидеть или Таня или Вера или обе сразу, и ложно, если ни Тани, ни Веры за первой партой не будет.

Левашова Л.Н.

Если вместо значения ***И*** подставить **1**, а вместо ***Л*** – число **0**, то представленная выше таблица будет представлять собой таблицу сложения двоичных чисел.

A	**B**	**A v B**
0	**0**	**0**
0	**1**	**1**
1	**0**	**1**
1	**1**	**1**

Вывод:

Результат будет ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны, и истинным во всех остальных случаях

Левашова Л.Н.

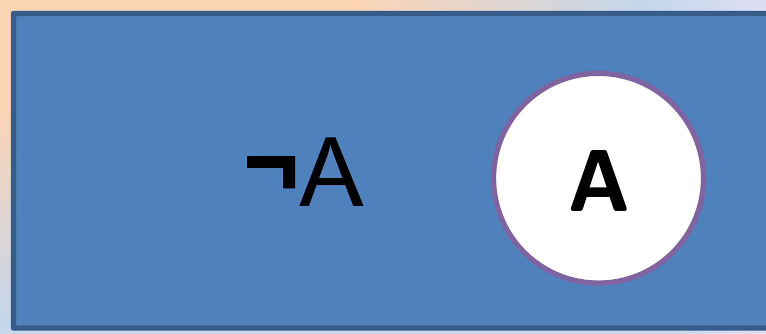
Таблица истинности для инверсии

A	¬A ($\bar{A}$)
0	1
1	0

Вывод:

Результат будет ложным, если исходное высказывание истинно, и наоборот.

Графическое изображение инверсии



Левашова Л.Н.

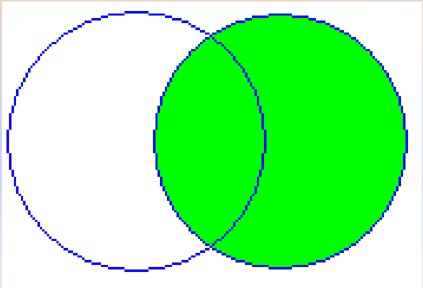
Таблица истинности для импликации

A	B	A → B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

- **Вывод**:

  Результат будет ложным тогда и только тогда, когда из истинного основания (А) следует ложное следствие (В)

Графическое изображение импликации



Левашова Л.Н.

Импликация не полностью соответствует обычному пониманию слова «следует». Если высказывание ложно, то каково бы ни было высказывание В, утверждение А => В считается истинным. Другими словами, из неверного утверждения следует все что угодно. Например, утверждение: «Если 2>3, то существуют ведьмы» – является истинным.

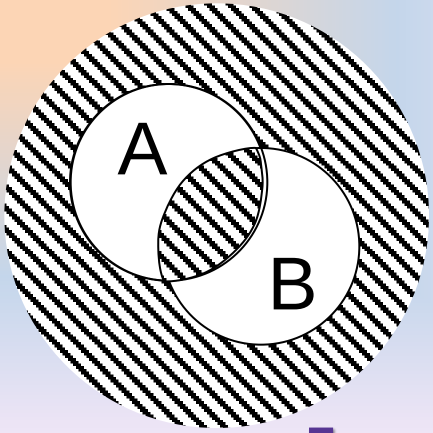
Таблица истинности для эквивалентности

A	B	A ⟷ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Вывод:

Результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны

Графическое изображение эквивалентности



Левашова Л.Н.

Возьмем в качестве высказывания ***А*** утверждение:
А - {На марсе будут обнаружены бактерии}, а в качестве **В** утверждение:
В - {Елена Водорезова станет олимпийской чемпионкой}.
Тогда эквиваленция этих высказываний это:
А $\leftrightarrow$ *В* - {На Марсе будут обнаружены бактерии тогда и только тогда, если Елена Водорезова станет олимпийской чемпионкой}.

Это высказывание истинно, если:
а) на Марсе будут обнаружены бактерии, и Елена Водорезова действительно станет олимпийской чемпионкой;
б) на Марсе не будут обнаружены бактерии, а Елена Водорезова не станет олимпийской чемпионкой;
и ложно, если:
а) на Марсе будут обнаружены бактерии, но олимпийской чемпионкой Елена Водорезова не станет;
б) на Марсе не будут обнаружены бактерии, а Елена Водорезова будет олимпийской чемпионкой.

Левашова Л.Н.

Если составное высказывание (логическую функцию) выразить в виде формулы, в которую войдут логические переменные и знаки логических операций, то получится

ЛОГИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ

истина **ложь**

$$A\vee (B\vee C)\wedge A\vee (B\rightarrow C)$$

Левашова Л.Н.

Порядок выполнения логических операций:

- Действия в скобках
- Инверсия (отрицание)
- Конъюнкция
- Дизъюнкция
- Импликация
- Эквивалентность

Левашова Л.Н.

ПРИМЕР: Записать в виде логического выражения следующее высказывание: «Летом Петя поедет в деревню и, если будет хорошая погода, то он пойдет на рыбалку»

- Это составное высказывание состоит из простых высказываний:
  - A = «Петя поедет в деревню»
  - B = «Будет хорошая погода»
  - C = «Он пойдет на рыбалку»
- Записываем высказывание в виде логического выражения, учитывая порядок действий

$$F = A \wedge (B \rightarrow C)$$

Левашова Л.Н.

Упражнения:

1. Есть два простых высказывания:

А = «Число 10 четное»

В = «Волк – травоядное животное»

Составьте из них все возможные составные высказывания и определите их истинность

А = «Число 10 четное» - истина

В = «Волк – травоядное животное» - ложь

$A \wedge B$ – ложь

$A \vee B$ – истина

$A \leftrightarrow B$ – ложь

$A \rightarrow B$ – истина

Левашова Л.Н.

2. Запишите следующие высказывания в виде логических выражений:

- Неверно, что корова – хищное животное
- На уроке физики ученики выполняли лабораторную работу и сообщали результаты учителю.
- Если Маша – сестра Саши, то Саша - брат Маши.

$\neg A$

$A \wedge B$

A => B

Левашова Л.Н.

Даны простые высказывания:

A={Процессор – устройство для обработки информации}

B={Сканер – устройство вывода информации}

C={Монитор – устройство ввода информации}

D={Клавиатура – устройство вывода информации}

- Определите истинность логических выражений:
- $(A \vee B) \leftrightarrow (C \wedge D)$;
- $(A \wedge B) \rightarrow (C \vee D)$;
- $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D)$;
- $(A \wedge B) \leftrightarrow (C \vee D)$;
- $(\bar{A} \rightarrow B) \wedge (C \vee D)$;
- $(C \leftrightarrow \bar{A}) \wedge B \wedge D$;
- $(A \wedge B) \vee C \leftrightarrow (A \wedge C) \vee (A \wedge B)$;
- $(A \vee B) \vee C \rightarrow (A \wedge C \wedge D) \wedge (B \vee D)$

Левашова Л.Н.

Правильные ответы

- $(A \vee B) \leftrightarrow (C \wedge D) = 0$
- $(A \wedge B) \rightarrow (C \vee D) = 1$
- $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D) = 0$
- $(A \& B) \leftrightarrow (C \vee D) = 1$
- $(\bar{A} \rightarrow B) \wedge (C \vee D) = 0$
- $(C \leftrightarrow \bar{A}) \wedge B \wedge D = 0$
- $(A \wedge B) \vee C \leftrightarrow (A \wedge C) \vee (A \wedge B) = 1$
- $(A \vee B) \vee C \rightarrow (A \wedge C \wedge D) \wedge (B \vee D) = 0$

- A=1
- B=0
- C=0
- D=0

Левашова Л.Н.